

УДК 621.86.065

Чаюн И. М., д.т.н.

ОБОСНОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ РАСЧЕТНОЙ ПРОЧНОСТНОЙ СХЕМЫ ПОДЪЕМНЫХ КАНАТОВ

Несмотря на многочисленные исследования по напряженно-деформированному состоянию канатов (достаточно иметь в виду 50-летие, начиная с 1963 г., научно-технических конференций по канатной тематике [1]), регламентированная методика их расчета на прочность базируется на весьма упрощенной расчетной схеме. Согласно Правил [2] расчет канатов на статическую прочность предписано выполнять по методике, которая сводится к формуле такого содержания:

$$F_0 = \kappa \cdot P_c \geq S \cdot Z_p, \quad (1)$$

где F_0 – необходимое разрывное усилие при растяжении в направляющих, по которому выбирается канат из таблиц сортамента;

$P_c = \sigma_b \cdot A$ – суммарное разрывное усилие всех его проволок (σ_b – предел прочности проволок согласно маркировочной группе; A – суммарная площадь сечения всех проволок каната);

κ – коэффициент уменьшения F_0 по сравнению с P_c (в Правилах [2] предписано принимать $\kappa = 0,83$);

S – наибольшее натяжение среди ветвей каната;

Z_p – регламентированный (нормативный) запас прочности.

Формула (1) по сути соответствует расчету по несущей способности и сводится к выбору каната по прочностной характеристике F_0 . Сам по себе метод является прогрессивным и удобным методически, но здесь он применяется с существенным недостатком, который состоит в том, что вне зависимости от схемы нагружения каната используется одна и та же (единственная) прочностная характеристика F_0 , называемая агрегатным разрывным усилием. При коэффициенте $\kappa = 0,83$ характеристика F_0 в первом приближении соответствует схеме растяжения каната концевым грузом в направляющих, т.е. без кручения и изгиба. Для других схем нагружения каната эта расчетная схема является весьма неточной.

Заметим, что этот же недостаток, т.е. использование единственной прочностной характеристики, имеется и в других странах (например, в немецких Норммах DIN [3] характеристика содержания F_o называется *Mindest bruchkraft* – минимальное разрывное усилие каната, причем $\kappa = 0,75...0,90$: меньшее значение относится к трехслойному канату двойной свивки, большее – к однослойным конструкциям).

Цель данной статьи: обоснование коэффициента κ в формуле (1) для различных схем нагружения каната. Это направлено на понижение условности нормативных запасов прочности канатов, что в конечном счете ведет к повышению надежности и экономичности их использования.

Канат – это стержневая многократно статически неопределимая конструкция, элементы которой взаимно контактируют при ограниченных сложно определяемых перемещениях их сечений. Именно эта особенность явилась для проф. М.Ф. Глушко основанием в его докторской диссертации, защищенной в 1962 году, предложить выделение расчетов по витым проволочным конструкциям в «строительную механику каната».

Основным элементом в исследованиях проф. Глушко и его учеников рассматривается проволока в спиральном канате или прядь в канате двойной свивки. Внутренние силовые факторы в сечении элемента получены на основе решения системы уравнений Кирхгофа с использованием теоремы Кастилиано при такой формулировке: *частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования по обобщенной силе равна соответствующей деформации*. Эта расчетная схема базируется на весьма существенных упрощениях: не учитывается поперечное сужение, а главное, считается отсутствующим трение между элементами. Для схем растяжения и кручения спирального каната на прямолинейном участке решение доведено до вычисления деформаций и напряжений в проволоках и результаты с удовлетворительной точностью подтверждаются экспериментами [4].

Применение подобной расчетной схемы к изгибу спирального каната [5], а также изгибу пряди в канате двойной свивки несмотря на указанные упрощения выливается в очень громоздкие решения, которые не доведены до численных результатов. Такая же громоздкость в исследованиях с результатами не доведенными до деформаций и напряжений в проволоках при применении аналогичной расчетной схемы проф. С.Т. Сергеевым в решении задачи напряженного состояния в зоне перехода прямого каната в изогнутый на вращающемся барабане [6]. Эта же расчетная схема применена в исследованиях проф. Малиновского В. А. [7], которые распространены

также в область нелинейного деформирования, обусловленного учетом изменения углов и радиусов свивки, и в область асимметричного распределения усилий в сечении каната при растяжении с кручением на прямолинейном и переходном участках, т.е. в зонах изгиба на блоке.

Преемственным развитием строительной механики каната можно считать работу [8], где взяты на вооружение все геометрические уравнения, разработанные проф. Глушко М.Ф., но дальнейшее развитие расчетной схемы по определению деформаций каната и описанию деформированно-напряженного состояния проволок в канате имеет другое направление. Этот путь состоит в том, что внимание обращено не на теорему Кастилиано, а на теорему Лагранжа. И тем самым в развитии исследований получилась новая теорема с такой формулировкой – *вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования системы, в частности каната, по обобщенной деформации равна соответствующей жесткости каната* [8,9]:

$$G_{kj} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k \partial \Delta_j}; \quad k = j = 1, 2, 3, 4, \quad (2)$$

где u – удельная потенциальная энергия деформирования каната;

Δ_k, Δ_j – деформации каната: растяжения $\Delta_1 = \varepsilon$; кручения $\Delta_2 = \theta$; изгиба в плоскости барабана $\Delta_3 = \chi$; из плоскости барабана $\Delta_4 = \zeta$.

При упругом деформировании удельная потенциальная энергия:

$$u = \frac{1}{2} \sum_1^s \Lambda (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u (b^2 + n^2)), \quad (3)$$

где s – число проволок в канате;

$$\Lambda = 1/\cos \alpha \cos \beta;$$

$\Phi_p = EA$, $\Phi_t = 2GI$ и $\Phi_u = EI$ – продольная, крутильная и изгибная жесткости проволок.

На основании (2) и (3) с учетом выражений деформаций проволок в канате после дифференцирования и преобразований получена совокупность жесткостей, составляющая глобальную матрицу каната, которая имеет вид

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} = \sum_1^s \Lambda_i |K_i| \begin{vmatrix} \Phi_{p_i} & & & 0 \\ & \Phi_{t_i} & & \\ & & \Phi_{u_i} & \\ 0 & & & \Phi_{u_i} \end{vmatrix} \cdot |K_i|^T, \quad (4)$$

где G_{11} , G_{22} , и G_{33} , G_{44} – главные жесткости (продольная, крутильная и изгибные);

$G_{12} = G_{21}$; $G_{13} = G_{31}$; $G_{14} = G_{41}$; $G_{23} = G_{32}$; $G_{24} = G_{42}$; $G_{34} = G_{43}$ – жесткости влияния;

$|K_i|$ – матрица удельных деформаций i -ой проволоки в канате

$$|K_i| = \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix} = |KT_i| \cdot |KF_i| =$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{K}_{E\varepsilon} & \bar{K}_{T\varepsilon} & \bar{K}_{B\varepsilon} & 0 \\ \bar{K}_{E\theta} & \bar{K}_{T\theta} & \bar{K}_{B\theta} & 0 \\ \bar{K}_{E\chi} & \bar{K}_{T\chi} & \bar{K}_{B\chi} & \bar{K}_{N\chi} \\ \bar{K}_{E\zeta} & \bar{K}_{T\zeta} & \bar{K}_{B\zeta} & \bar{K}_{N\zeta} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} K_{eE} & K_{tE} & K_{bE} & 0 \\ K_{eT} & K_{tT} & K_{bT} & 0 \\ K_{eB} & K_{tB} & K_{bB} & K_{nB} \\ K_{eN} & K_{tN} & K_{bN} & K_{nN} \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$|KT_i|$ – матрица удельных деформаций пряди в канате, в которую входит i -я проволока;

$|KF_i|$ – матрица удельных деформаций i -ой проволоки в пряди.

В элементах матрицы $|K_i|$ первый индекс указывает деформацию проволок в канате (e – продольная; t – кручения; b и n – изгиба), а второй – деформацию каната, от которой происходит данная деформация проволоки.

В элементах матрицы $|KT_i|$ первый индекс указывает деформацию пряди в канате (E – продольная; T – кручения; B и N – изгиба), а второй индекс указывает деформацию каната, от которой происходит данная деформация пряди.

В элементах матрицы $|KF_i|$ первый индекс указывает деформацию проволоки в пряди (e – продольная; t – кручения; b и n – изгиба), а второй – деформацию пряди, с которой непосредственно связана данная деформация проволоки.

Элементы матрицы $|KF_i|$ получаются на основе геометрических уравнений деформации проволок в канате одинарной свивки (пряди) [4] с учетом поперечного сужения [8] и трения [8, 9]. Например,

$$K_{eE} = \cos^2 \alpha (1 - \mu_E \operatorname{tg}^2 \alpha); \quad K_{tE} = \nu_{tE} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (1 + \mu_E) r^{-1};$$

$$K_{bE} = -\nu_{bE} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (1 + \mu_E) r^{-1}; \quad K_{eT} = \nu_{eT} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r - \mu_T \operatorname{tg} \alpha);$$

$$K_{eB} = \nu_{eB} r \cos^2 \alpha \cos \phi; \quad K_{eN} = \nu_{eN} r \cos^2 \alpha \sin \phi,$$

где μ_E и μ_T – коэффициент поперечного сужения слоя i -ой проволоки от деформации растяжения и кручения пряди [8];

$V_{tE}; V_{bE}; V_{eT}$ – коэффициенты влияния деформаций растяжения E и кручения T пряди на деформации растяжения e , кручения t и изгиба b проволоки в пряди [9];

$V_{eB}; V_{eN}$ – коэффициенты влияния деформаций изгиба B и N пряди на деформации растяжения e , проволоки в пряди [8];

ϕ – угол, определяющий положение i -ой проволоки.

В обозначении удельных деформаций первая буква индекса указывает вид деформации проволоки, а вторая – деформацию пряди, обуславливающую данную деформацию проволоки. Например, K_{eE} представляет удельную продольную деформацию проволоки, связанную с продольной деформацией каната одинарной свивки или пряди в канате двойной свивки; K_{bE} – это удельная деформация изгиба проволоки относительно бинормали b , связанная с деформацией растяжения пряди.

Аналогичная суть и принцип формирования обозначений элементов матрицы $|KT_i|$. В случае каната одинарной свивки $|KT_i|$ представляет единичную матрицу четвертого порядка.

Глобальная матрица жесткости каната является узловым компонентом формулы, определяющей его деформации

$$|DK| = |\varepsilon \theta \chi \zeta| = |G|^{-1} |F|,$$

(6)

где $|F|$ – вектор внутренних усилий в канате, зависящий от схемы его нагружения.

Растяжения каната с изгибом при грузе в направляющих. На основании (6) с учетом (4)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \chi \\ \zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{|D|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T \\ M \\ L \\ \Gamma \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где определитель матрицы жесткости

$$|D| = G_{11}A_{11} + G_{12}A_{12} + G_{13}A_{13} + G_{14}A_{14};$$

алгебраические дополнения:

$$A_{11} = G_{22}(G_{33}G_{44} - G_{34}^2) - G_{23}(G_{23}G_{44} - G_{34}G_{24}) + G_{24}(G_{23}G_{34} - G_{33}G_{24});$$

$$\dots$$

$$A_{44} = G_{11}(G_{22}G_{33} - G_{23}^2) - G_{12}(G_{12}G_{33} - G_{23}G_{13}) + G_{13}(G_{12}G_{23} - G_{22}G_{13}).$$

Компоненты вектора внутренних усилий в канате (рисунок б):

продольное усилие и момент, скручивающий канат (реакция препятствующая раскручиванию)

$$T = P \cos \psi ; M = M_H = -(PA_{12}/A_{22}) \cos \psi ; \quad (8)$$

моменты изгибающие канат

$$L = P f e^{-kx} ; \quad \Gamma = M_H \sin \psi , \quad (9)$$

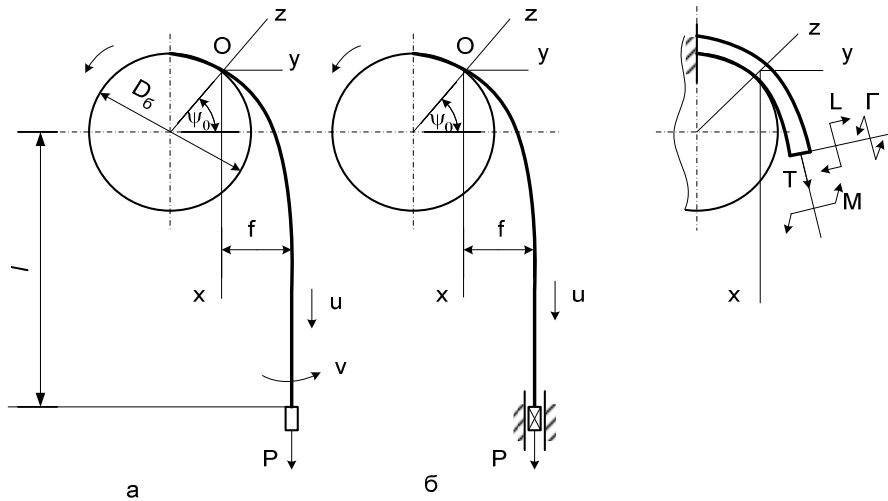


Рисунок – Схемы нагружения каната:
а – свободно подвешенным грузом; б – грузом в направляющих

По уравнению (6) с учетом (8), (9) деформации каната:

$$\varepsilon = P(A_{11} \cos \psi - A_{12}(A_{22} \cos \psi + A_{14} \sin \psi) / A_{22} + A_{13} f e^{-kx}) / |D| ; \quad (10)$$

$$\theta = P(A_{23} f e^{-kx} - A_{24} \frac{A_{12}}{A_{22}} \sin \psi) / |D| ; \quad (11)$$

$$\chi = P(A_{13} - A_{12}(A_{23} \cos \psi + A_{34} \sin \psi) / A_{22} + A_{33} f e^{-kx}) / |D| ; \quad (12)$$

$$\zeta = P(A_{14} \cos \psi - A_{12}(A_{24} \cos \psi + A_{44} \sin \psi) / A_{22} + A_{34} f e^{-kx}) / |D| . \quad (13)$$

Заметим, что если жесткости влияния G_{13} , G_{14} , G_{23} , G_{24} , G_{34} будут равны нулю, что имеет место при симметричном нагружении абсолютно качественного свитого каната, в том числе, при отсутствии оборванных проволок, то выражения деформаций (10)...(13) упрощаются:

$$\varepsilon = P \frac{G_{11} G_{22} - G_{12}^2 \cos \psi}{(G_{11} G_{22} - G_{12}^2) G_{11}} ; \quad \theta = -P \frac{G_{12} (1 - \cos \psi)}{G_{11} G_{22} - G_{12}^2} ;$$

$$\chi = P \frac{f e^{-kx}}{G_{33}} ; \quad \zeta = P \frac{G_{12} \sin \psi}{G_{11} G_{44}} .$$

Следует также отметить, что теоретически при диаметре барабана $D \rightarrow \infty$ данная расчетная схема нагружения вырождается в известный случай растяжения каната в направляющих (чистое растяжение по терминологии М.Ф. Глушко). При этом имеет место только продольная деформация каната [3]: $\varepsilon = P/G_{11}$.

Аналогично в [8] получены деформации каната при других схемах нагружения.

После вычисления деформаций каната деформации проволок определяются формулой

$$|D\Pi| = |DK||K|, \quad (14)$$

где $|D\Pi|$ – матрица деформаций проволок;

Это блочная матрица $1 \times s$. Каждый ее компонент представляет матрицу с деформациями i -ой проволоки

$$|D\Pi_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (15)$$

Напряженное состояние каната описывается эквивалентными напряжениями в контурных точках сечений каждой проволоки

$$\sigma = E \sqrt{\left(e + (b^2 + n^2)^{0,5} \frac{\delta}{2} \right)^2 + 0,16t^2 \delta^2}, \quad (16)$$

где E – модуль продольной упругости проволок;

δ – диаметр проволоки.

Методика [8,9] позволяет учитывать фактор трения между элементами при любых схемах нагружения, участие оборванных проволок и возможную неравномерность свивочного натяжения. Последние два фактора означают учет асимметрии в распределении усилий в сечении каната при растяжении и кручении на прямолинейном участке. Влияние всех факторов закладываются в геометрические уравнения деформаций проволок и в том же виде входят в глобальную матрицу жесткости, т.е. используется одна и та же расчетная схема. Использование различных расчетных схем, например, учет трения в определении жесткостей канатов без непосредственной связи с геометрическими уравнениями деформаций проволок [7], вряд ли обеспечит надлежащую точность в описании напряженно-деформированного состояния каната.

Методика [8,9] применима как при упругом, так и при упруго-пластическом деформировании. Последнее позволяет вычислять несущую способность канатов, т.е. их прочностные характеристики, при различных схемах нагружения и, значит, выполнять расчет на прочность по несущей способности в виде (1) при точной расчетной схеме.

Расчеты с использованием методики [8] показывают, что коэффициент k уменьшения разрывного усилия каната F_0 по сравнению с суммарным разрывным усилием всех его проволок F_c имеет различные значения при разных схемах нагружения. Так, при растяжении грузом в направляющих получается $k = 0,82 \dots 0,92$ (большее значение относится к канатам одинарной свивки, а меньшее к канатам двойной свивки). При свободном растяжении даже так называемых малокрутящихся канатов $k = 0,45 \dots 0,50$. В работе [8] эта методика использована также для определения разрывного усилия каната (его несущей способности) при растяжении с изгибом на барабане (блоке) как на неподвижном, так и на вращающемся. Например, по данным из [8], для каната $6 \times 19(1+6+12)+o.c.$ при $d/D = 10 \dots 30$ в случае растяжения на неподвижном блоке при грузе в направляющих $k = 0,604 \dots 0,619$, в случае вращающегося барабана $k = 0,449 \dots 0,590$. Эти результаты, полученные теоретическим путем [8], подтверждаются экспериментами других авторов [4,6]. Расхождение составляет $2 \dots 8\%$.

Согласно методике [1] нормативные запасы прочности составляют $Z_p = 2,5 \dots 9$. Проанализируем эти значения на основе общей сути условия прочности:

$$n \geq Z_p, \quad (17)$$

где n – расчетный запас прочности.

В методе расчета по несущей способности $n = F_0/S$. Примем $S = 0,83P_c/Z_p = 0,83P_c/5$, где S – наибольшее натяжение ветви каната. Тогда расчетные запасы при различных схемах нагружения с учетом приведенных выше значений коэффициента k получаются такими:

- при растяжении каната грузом в направляющих (т.е. без кручения и изгиба) $n = Z_p = 5$;
- при растяжении свободно подвешенным грузом даже малокрутящегося каната $n = 2,25 \dots 2,5$;
- при растяжении в направляющих с навивкой на барабан $n = 2,245 \dots 2,95$.

Расчетные запасы, вычисленные по напряжениям

$$n = \sigma_b / \sigma_{\max}, \quad (18)$$

где σ_b – предел прочности проволоки;

σ_{\max} – максимальное напряжение в проволоках каната по (16) при определенной схеме нагружения, получаются еще меньшими и не многим отличаются от нормативных запасов других деталей подъемно-транспортного оборудования, а также металлоконструкций ПТМ. Соотношение показанных расчетных

запасов прочности n и принятого нормативного запаса прочности $Z_p = 5$ является отражением низкой точности расчетной схемы, регламентированной методиками [2,3].

При использовании методик [2,3] невозможно полностью учесть конструктивные особенности типов канатов, схемы нагружения, свойства проволок и другие факторы. Требование надежности и безопасности во многих случаях обеспечивается завышением нормативных запасов прочности. Если прочностные характеристики для основных схем нагружения ввести в сертификаты, тогда расчет канатов на статическую прочность, оставаясь таким же удобным по простоте, как в Правилах [2], будет надежным и более экономичным. Безусловно это весьма объемная техническая задача, включающая пересчет нормативных запасов прочности и определение прочностных характеристик канатов, которые можно вычислять по методике работы [8]. Конечно, это потребует значительных интеллектуальных и экономических затрат.

ЛИТЕРАТУРА

1. Предисловие // Стал. канаты. – Одесса: Астропринт, 2013. – Вып.9. – С. 3 – 5.
2. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов. – Х.: Форт, Харків. – 2007, – 270 с.
3. Drahtseile: Normen. – Berlin-Koln: Beuth, 1990. – 360 s.
4. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты /М.Ф. Глушко, . – К.: Техніка, 1966. – 325 с.
5. Глушко М.Ф. Статика изогнутого каната /М.Ф. Глушко. – К.: Техніка, 1969. – Вып. 6. – С. 5 – 19.
6. Сеергев С. Т. Стальные канаты / С.Т. Сергеев. – К.: Техніка . – 1974, – 325 с.
7. Малиновский В. А. Стальные канаты. / В. А. Малиновский. – Одесса: Астропринт, 2001 . – Ч.1. – 188 с.
8. Чаюн, И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. – Одесса: Астропринт, 2003. – 233 с.
9. Чаюн М.И. Концепция учета трения между элементами каната / М.И. Чаюн, И. М. Чаюн // Стал. канаты. – Одесса: Астропринт, 2008. – Вып.6. – С. 24 – 37.